

Lr Annette Ca 28.2.783

✓
Cher Illusie,

Je viens de recevoir ta lettre,
qui a dû se croiser avec l'
envoi que je te fais de la
copie d'une longue lettre à
Daniel Quillen. Comme tu
dis n'avoir pas le temps de
réfléchir aux questions que
je suis en train de tâter
d'ici l'été, je n'en vais pas t'
envoyer la suite de cette
réflexion de fondements
maintenant, sauf si tu
en demandes, pour ne

pas te causer dans tes
occupations courantes. J'ai
été content pourtant que
une précédente lettre un peu
antique - fait "kilt" cher
toi, et que peut-être tu
y réfléchirais, ou que nous
en discuterions si tu viens
un soir cet été. Ce que tu
dis de tes efforts incessants
pour définir des fondations
f! dans un cadre $\frac{1}{2}$ simplifié
fait également (un peu) kilt
cher mot, car se fait belle

lucette que la question d'une
théorie générale des formules
des six variables, parmi
lesquelles Rf_1 et f_1 ne sont
pas encore inclus dans un
cadré passe-partout. Ces
deux formules sont probable-
ment indissociables, et se
déterminent mutuellement
par la formule d'adjonction,
quand f est un anneau
de topes annelés, satisfaisant
des conditions convenables qu'
il s'agirait de décrire. Il

2) Souhaitait que en conditions
portant de façon plus creusée
et plus diligente sur les

morphismes $|f|$ de types
ou autres défini par f ,
que sur les faisceaux $\mathcal{O}_X$

d'anneaux $\mathcal{O}_Y, \mathcal{O}_X$ et
le morphisme $f^*(\mathcal{O}_Y) \rightarrow \mathcal{O}_X$

- du moins il semble que
ce qu'il faut demander : en
dessous soit plus au moins

compris : essentiellement, que
 $\mathcal{O}_X$ soit en. de type fini sur

?) $f^*(\mathcal{O}_Y)$, pour chose dans ce genre.

D'ailleurs, dans les cas où on
sait définir Rf, les faisceaux
d'ensembles très intéressants
qui se font très occasionnels,
et dans tout le théorie
de déduct^{globale}, on a l'impression
~~un peu~~ que les faisceaux
d'ensembles font un peu
figure de figurants an-
onymes ! Une chose un peu
troublante pour moi, c'est
que je n'ai jamais bien
compris, dans le cadre d'hom,

lignes ou analytiques (les lignes,
 disons), le lien entre les
 formules dans le cadre ^(des coeff.)
 "discrets", et les coefficients
 continus et annelés, grand
 $\mathbb{Q}_\ell$, $\mathbb{Q}_\ell$ et les faisceaux
 attachés à la droite. Ce
 lien, je suppose, doit passer
 par l'intermédiaire des
 complexes d'opérateurs diff-
 érentiels : le Makhout (est-
 ce cela le nom des gens qui
 a développé ces formules

de variations dans ce cadre,
 pour le contexte analytiques
 complexes ?) - or ce sont là
 des choses que je n'ai
 jamais regrettées, à part le
 complexe de De Rhous dans
 le cas relatif lisse! On ne
 peut pourtant que pour
 la chronologie cristalline
 en particulier, à franchir
 d'énormes obstacles vers
 op. différentiels doit avoir
 un rôle important : jouer

et sera peut-être le def d'
une théorie des six variables
qui, peut-être, manquera
toujours dans le cadre cristal-
lin.

Me bornant à ce que je
connaissais personnellement, il me
seulement qu'il y a
 $2+2=4$ contextes à je sais
(ou saurais) définir mes
variables (R_i, f_i) , tant pour
des coefficients "discrets"
livre personnellement restreints :
être de terrain, première aux au.

à une connaissance une
 notion d'un topologique
 relatif sur un topologie -
 pas été développé en son
 comme il se devrait, mais
 par un crié par que la
 présenterait de difficultés
 sérieuses. Un troisième
 contexte, dans le même
 esprit, serait alors des
 espaces métriques relatifs,
 au dessus d'un topologie
 métrique, un espace topolo-

qu'on se présente - ici la
notion même d'op. arithmétique
relatif (pose une question) beaucoup
plus délicate... le fait

on a $2^2 + 1 = 5$ cas généraux
on a l'impression de
pouvoir développer une
famille de résultats,
d'extraire de ces di. comme
par relativisation sur un
type ± arbitraire. Ce n'est
sans doute pas ce qu'il
te faut, mais une réflexion.

sur les traits communs
 : en cinq vibrations per-
 mettrait peut-être de dige-
 rer "les" conditions g'énér. les
 naturelles de "dualisabilité"
 pour un f donné. Mais
 probablement faut-il
 en venir à englober dans la
 réflexion les complexes
 d'opérations différentiels...

Une réflexion dans une
 direction un peu différente
 s'attacherait à examiner la
 ces "duals", quand X est

Le type ponctuel, dans les
 trois groupes d'exemples que
 j'ai envisagés tantôt, dans
 ce cas X serait un espace
 topologique ordinaire, séparé,
 localement immergé
 dans un $\mathbb{R}^n$. Que se
 présente-t-il si on abandonne
 cette hypothèse, et suppose
 par exemple que X soit seule-
 ment un "^{étendu}~~multifonction~~
 topologique" i.e. localement
 équivalent à un espace topolo-
 gique - voir une "multiplicité".

té topologique, i.e. localement
 régulier : un R^n ? La
 différence essentielle avec
 les cas précédents, c'est que
 les "points" de X peuvent avoir
 des voisinages. Le cas
 typique est alors si

$X = BG$, G un groupe

discret - dans X est un

multiplicité connue de

dimension. La question des

(R^i, β^i) se traduit par celle

d'un faisceau de dérivés

pour la choréologie ordinaire
 au groupe décrit A -
 à moins que M^{rs} corresponde
 à une variante de la
 choréologie ordinaire, qu'il
 s'agisse de dégager? J'ai
 une vague souvenir que
 Verdier avait répondu à la
 question, peut-être même
 qu'il a fait un exposé
 Bonobaki à ce sujet. Toujours
 est-il que la question d'une
 frigidité de descente pour

les multiplicités et étendues,
 topologiques, schématisques -
 analytiques, est de celles
 qui restent un point d'inter-
 rogation dans mon esprit,
 sans que j'aie pu ni jamais
 en savoir-en qui me permette
 à essayer de me faire une
 idée, pour autant qu'il en
 souviens. Il n'y a pas
 longtemps encore, la question
 se posait, plutôt elle n'était
 posée par un collègue, s'intéres-
 sant à un théorème des

d'ordre pour la chronologie
 "transverse" d'un feuilletage,
 et je présume
~~en présumant~~ que cette
 chronologie transverse n'est
 autre que celle de la multi-
 plicité quant à la variété
 ambiante par la relation d'
 équivalence locale définie par
 le feuilletage. Il définissait
 cette chronologie à corps des
 complexes de De Rham -
 il s'agissait donc d'une
 chronologie : coeff. dans R
 - ce qui avait l'avantage

techniques d'éliminer ces
phénomènes de terrain...

Il est probable aussi que
une compréhension des
formalismes (R_f, f) pour
par une compréhension de
ce qu'il faudrait entendre
par un morphisme (homomorphisme
logiquement ?) propre de
topos - aux, notamment,
pour lesquels on a $R_f \simeq R_{f*}$,
on en voit pour lesquels
 R_f conduit au idylle : droite

$f!$. Comme il y a une
 théorie $\pm$ évidente de
 $(R^h, f!)$ pour f une
 "immersion de types" (ouvert,
 on fermé, on compact
 de l'un vers l'autre...),
 les f qu'on demande sont
 peut-être tout bêtement
 ceux qui se factorisent
 en $f = f' \circ i$, avec f' propre
 et i une immersion?

J'ai vu ci en continuant,
 j'ai un peu plus vu,
 en suivant seulement le
 fil des associations d'idées.

Marrantement : 1/2

Alexandre

P.S. Dans la lettre, dans les con-
 tinuations sur l'opération $\int$, les
 deux fois lim, le 1er il me
 semble devoir être lim. Est-ce

simple lapsus, ou y-a-t-il une
 sous-entente plus sérieuse ?
 Circonstancieusement, c'est bien de
 limites inductives qu'il s'agit ?