

Paris, le 14 avril 1982

Cher Grothendieck,

Merci de ta grès gentille lettre. Oui, le temps a passé bien vite l'autre jour, et je t'avouerais que j'ai un peu regretté que tu nous aies conduits, Verdier et moi, avec tant de brio jusqu'à l'aéroport et que, du coup, nous n'ayons pas raté notre avion !

Tu as raison de me plaisanter sur mon air "triste et désolé", mais c'est vrai qu'après l'extraordinaire développement des années 60 (dont tu étais incontestablement le moteur) le spectacle que nous offre aujourd'hui la géométrie algébrique est moins exaltant. Ce n'est pas que depuis la démonstration des conjectures de Weil il n'y ait pas eu de très belles choses de faites, comme par exemple le théorème de Deligne sur les cycles de Hodge absolus, la démonstration par Mazur-Wiles de la conjecture d'Iwasawa sur les corps cyclotomiques, ou la théorie de Deligne-MacPherson du complexe d'intersection. D'ailleurs, il serait bien présomptueux de ma part d'essayer de faire un bilan de l'activité des dix dernières années, qui a été formidable dans quantité de domaines et que je n'ai suivie, bien souvent, que de très loin. Bien sûr, il y a eu ce que tu appelles du "bricolage", et par exemple, la théorie du complexe de de Rham-Witt, qui m'occupe depuis bientôt six ans, en est dans une certaine mesure une illustration, bien qu'elle offre un renouvellement (qui me paraît encore assez mystérieux) du calcul différentiel en car.  $p$ . Ce n'est pas non plus qu'on manque, à l'horizon, de grandes conjectures, des conjectures "standard" jusqu'à celles de Langlands sur les formes automorphes, ni même de beaux problèmes apparemment accessibles dans l'état actuel de la technique, comme celui que je t'ai mentionné (sur le polynôme caractéristique de Frobenius sur le noyau de  $H^4(X) - H^4(Y)$ ). C'est plutôt que sur la plupart de ces grandes questions, on a l'impression que le vent ne souffle pas, ou presque. Tu dis que la raison est l'absence de fondements appropriés, et que c'est par manque "d'innocence" qu'on ne s'attaque pas au travail de base nécessaire. Sans doute. Seulement tout le monde n'a pas ton imagination ni ton flair ! Bien souvent, simplement, on ne voit pas quoi faire. D'ailleurs, quand on voit à peu près clairement les fondements dont on a besoin, on finit par les développer, voir par exemple le travail que fait Deligne en ce moment sur la théorie des cycles évanescents sur des bases de dimension 1.

Je crois que tu surestimes beaucoup mes capacités en me proposant de m'embarquer dans un "voyage de découvertes à la poursuite des motifs". Pour



naviguer sans faire naufrage aussitôt, il faudrait une intuition et une connaissance approfondie des mathématiques, dont je suis assurément dépourvu. Je suis, entre autres, d'une ignorance scandaleuse sur la théorie des groupes semi-simples ! Il n'empêche que j'ai une certaine expérience de l'algèbre homologique et que les travaux de fondements ne me font pas peur, pourvu que je sois suffisamment motivé. En ce moment, je mets la dernière main à un assez long article avec Raynaud sur de Rham-Witt, et je m'occupe d'un élève (T. Ekedahl) qui vient de faire des progrès fulgurants sur des questions suggérées par cet article, avec notamment la découverte d'un formalisme mettant en relation de manière étrange, sur un corps parfait, F-cristaux et groupes algébriques <sup>(ou formels)</sup>. J'aimerais beaucoup te raconter cela un jour. Toutefois, l'extension au cas relatif, en égale caractéristique  $p$ , bute sur les problèmes que tu connais bien : (y-a-t-il une bonne notion de "coefficients cristallins" sur les schémas de type fini sur un corps parfait de car.  $p$ ), qui amène automatiquement à repenser au rôle des puissances divisées, des conditions de croissance, etc., toutes choses sur lesquelles on est carrément dans le noir. On est encore plus dans le noir en inégale caractéristique, car, comme je te disais, en dépit des beaux travaux récents de Fontaine, sur ton "foncteur mystérieux", on ne sait toujours pas comparer, au niveau de la géométrie, les diverses cohomologies naturelles associées à un schéma propre et lisse sur un trait complet d'inégales caractéristiques (de Rham, Hodge, cristalline de la fibre spéciale, étale  $p$ -adique de la fibre générique). Ce sont des questions sur lesquelles tu as sans doute des idées et dont je serais très heureux de discuter avec toi. Si jamais l'occasion se présentait que tu fasses un saut à Paris, tu me ferais un grand plaisir en acceptant de déjeuner chez moi ; nous pourrions continuer l'après-midi notre conversation à bâtons rompus de Montpellier ; si tu étais d'accord, je pourrais essayer d'inviter en même temps mes élèves Laumon et Ekedahl, que j'aimerais beaucoup te faire connaître : ils ont plus d'idées, de technique, et de punch que moi, et je crois que tu ne t'ennuierais pas avec eux.

Bien à toi,

*Luc*